

一种有效的压缩感知图像重建算法

李志林, 陈后金, 李居朋, 姚 畅, 杨 娜

(北京交通大学电子信息工程学院, 北京 100044)

摘 要: 多数现有的压缩感知重建算法基于单观测向量, 处理图像信号时将其表示成一维信号, 算法效率低, 重建图像的效果也有待提高. 本文提出了一种基于多观测向量和稀疏贝叶斯学习的重建算法, 通过同时处理观测矩阵的每一列直接求得加权系数矩阵, 从而快速重建图像. 在相同的采样率条件下, 该算法的重建图像效果更好, 算法效率明显提高. 采用标准测试图像进行实验, 验证了算法的有效性.

关键词: 图像重建; 压缩感知; 稀疏贝叶斯学习; 多观测向量

中图分类号: TN911.73 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2011) 12-2796-05

An Efficient Algorithm for Compressed Sensing Image Reconstruction

LI Zhi-lin, CHEN Hou-jin, LI Ju-peng, YAO Chang, YANG Na

(School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: Most existing compressed sensing reconstruction algorithms are based on single measurement vector. When processing image signal, the efficiency of these algorithms is low because the image is treated as one-dimension signal and the quality of the reconstructed image needs to be improved. A reconstruction algorithm based on multiple measurement vectors and sparse Bayesian learning is proposed in this paper. The image is reconstructed quickly because the weighting coefficient matrix can be got directly by processing each column of the measurement matrix simultaneously. The proposed algorithm has better reconstructed image and the efficiency has been improved significantly under the same sample rate. The validity of the proposed algorithm is proved by the experiments to the standard test images.

Key words: image reconstruction; compressed sensing; sparse Bayesian learning; multiple measurement vectors

1 引言

压缩感知 (Compressed Sensing, CS), 又称为压缩传感, 由 Candes, Romberg 等^[1]和 Donoho^[2]于 2006 年正式提出, 是一种新颖的采样理论. 与此同时, Candes 等人也为该理论的提出做了大量理论基础研究工作^[3,4]. 该理论一经提出就得到了来自各研究领域专家学者的广泛关注, 国内研究人员也已经开始了相关研究^[5,6]. 信号重建算法是压缩感知理论的关键所在, 目前已经提出了不少比较成熟的信号重建算法, 如基追踪法^[7] (Basis Pursuit, BP)、正交匹配追踪法^[8] (Orthogonal Matching Pursuit, OMP) 以及在 OMP 算法上进行改进的算法^[9,10]等. 传统的 BP 和 OMP 算法针对一维信号进行处理, 因此它们可以看成是单观测向量 (Single Measurement Vector, SMV) 下的压缩感知重建算法. 在处理图像信号时, 将二维图像信号转换成一维信号, 造成了算法的效率不高, 重建图像的效果也有待进一步提高. 本文基于与图像信号相适

应的多观测向量^[11] (Multiple Measurement Vectors, MMV) 模型, 结合稀疏贝叶斯学习^[12~14] (Sparse Bayesian Learning, SBL) 算法, 提出了一种基于多观测向量和稀疏贝叶斯学习的图像信号压缩感知重建算法 (MMV-SBL). 通过对标准测试图像进行的仿真实验, 证明该算法完成图像重建过程所需时间明显缩短, 并且能得到效果更好的重建图像, 是一种有效的压缩感知图像重建算法.

2 CS 理论

压缩感知理论处理的信号必须是稀疏的或者可以表示成稀疏的. 考虑 R^N 空间的一个长度为 N 的一维列信号 $\mathbf{x}$, 它可以视为一个 $N \times 1$ 的列向量, 其中的元素由 x_i 表示, $i = 1, 2, \dots, N$. R^N 空间中的任意一个信号可以表示成一组 $N \times 1$ 的正交基向量 $\{\boldsymbol{\psi}_i\}_{i=1}^N$ 的线性组合, 由 $\{\boldsymbol{\psi}_i\}$ 作为列的 $N \times N$ 矩阵 $\boldsymbol{\Psi} = [\boldsymbol{\psi}_1 | \boldsymbol{\psi}_2 | \dots | \boldsymbol{\psi}_N]$ 称为基矩阵. 自然界中大多数信号本身并不是稀疏的, 通过选取适当的基矩阵 $\boldsymbol{\Psi}$, 例如傅里叶变换基矩阵, 小波变换

基矩阵等,可以将信号 $\mathbf{x}$ 稀疏表示.此时信号 $\mathbf{x}$ 可以表示为:

$$\mathbf{x} = \Psi \mathbf{s} = \sum_{i=1}^N s_i \boldsymbol{\psi}_i \quad (1)$$

其中 $\mathbf{s}$ 是由加权系数 s_i 组成的长为 $N \times 1$ 的列向量, $\mathbf{s}_i = \langle \mathbf{x}, \boldsymbol{\psi}_i \rangle = \boldsymbol{\psi}_i^T \mathbf{x}$, ($i = 1, 2, \dots, N$). $\mathbf{T}$ 表示转置, $\mathbf{s}$ 中只有 K 个加权系数 s_i 不为零, $K \ll N$, 其余 $N - K$ 个元素等于零或者非常小,从而满足了压缩感知理论的前提条件.为了获得采样信号,需要设计一个与基矩阵 Ψ 不相干的 $M \times N$ 随机测量矩阵 Φ , $M \ll N$, 通过式(2)将稀疏信号在随机测量矩阵 Φ 上进行投影,得到一个比原始信号长度小得多的 $M \times 1$ 的观测向量 $\mathbf{y}$.

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{s} + \boldsymbol{\varepsilon} = \Phi \Psi^T \mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2)$$

其中, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 表示一个 $M \times 1$ 的随机噪声.文献[2]指出了测量矩阵需要满足的条件,文献[3]和文献[4]从不同的角度定义了测量矩阵的性质,并且指出高斯测量矩阵、贝努力测量矩阵等可以应用到式(2)中.考虑到高斯测量矩阵良好的性能和普适性,本文使用它作为随机测量矩阵.当满足条件 $M \geq O(K \log N)$ 时,原始信号可以通过采样信号 $\mathbf{y}$ 精确重建^[1].由于 $M \ll N$, 式(2)可以看成是一个欠定方程组,通过观测向量 $\mathbf{y}$ 和测量矩阵 Φ 直接求解得到原始信号 $\mathbf{x}$ 是不可能的,但可以通过重建算法对原始信号进行逼近.

3 MMV-SBL 图像重建算法

根据上一节介绍的压缩感知理论,将一幅 $N \times N$ 自然图像表示成 $\mathbf{X}$ (实际上图像的行数和列数不需要相等,这里只是为了表述上的方便),其对应的 $N \times N$ 加权系数矩阵为 $\mathbf{S}$, $M \times N$ 噪声矩阵为 $\mathbf{E}$, $M \times N$ 观测矩阵为 $\mathbf{Y}$, 则对于图像信号式(2)可以写为下式.

$$\mathbf{Y} = \Phi \mathbf{S} + \mathbf{E} = \Phi \Psi^T \mathbf{X} + \mathbf{E} \quad (3)$$

其中 $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_{\cdot 1} | \mathbf{s}_{\cdot 2} | \dots | \mathbf{s}_{\cdot N}]$, $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_{\cdot 1} | \mathbf{y}_{\cdot 2} | \dots | \mathbf{y}_{\cdot N}]$, $\mathbf{E} = [\boldsymbol{\varepsilon}_{\cdot 1} | \boldsymbol{\varepsilon}_{\cdot 2} | \dots | \boldsymbol{\varepsilon}_{\cdot N}]$. 为了表述方便,分别用 $\mathbf{s}_{\cdot j}$ 和 $\mathbf{s}_{\cdot i}$ 来表示 $\mathbf{S}$ 的第 j 个列向量和第 i 个行向量. $\mathbf{Y}$ 中的每一列对应一个一维的观测向量,因此式(3)是一个多观测向量模型,其与单观测向量下式(2)对应的形式可以写成下式.

$$\mathbf{y}_{\cdot j} = \Phi \mathbf{s}_{\cdot j} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\cdot j}, j = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

在以前的压缩感知理论研究中,大多数学者在实际处理图像信号时都会将二维的图像信号转换成一维信号处理.比如将 $N \times N$ 图像的每一列首尾相接组成一个 $N^2 \times 1$ 的列向量,这样相当于在单观测向量下处理一个长的一维信号,如式(2)所示,但是这种情况下测量矩阵 Φ 的尺度非常大,将显著增加计算量和存储空间,处理时间会很长.为了不增加 Φ 的尺度,可以将图像的每一列作为一个 $N \times 1$ 的一维信号单独处理,如式

(4)所示得到一个 $M \times 1$ 的观测向量,重建图像的每一列后再重组成二维的图像,这样做比前一种方法大幅度的减少了计算量和存储空间,是目前实际应用中用得比较多的方法,但是算法运行仍然需要较多时间.与上述两种方法不同,本文采用多观测向量模型式(3),观测矩阵 $\mathbf{Y}$ 的每一列对应一个观测向量,通过稀疏贝叶斯算法对所有的观测向量同时进行处理以重建图像的每一列,从而提高了算法效率.

对于一幅非稀疏的自然图像,通过小波变换基矩阵可以得到其加权系数矩阵 $\mathbf{S}$, 选取固定的测量矩阵 Φ , 如式(3)所示,得到观测矩阵 $\mathbf{Y}$. 根据稀疏贝叶斯算法,假设式(3)中的噪声为均值为零,方差为 σ^2 的高斯噪声, $\mathbf{s}_{\cdot i}$ 的先验分布是方差为 γ_i 的高斯分布^[12~14], 则式(4)中 $\mathbf{y}_{\cdot j}$ 的似然函数和 $\mathbf{s}_{\cdot i}$ 的先验分布分别为式(5)和式(6).对于加权系数矩阵 $\mathbf{S}$, 则有式(7).

$$p(\mathbf{y}_{\cdot j} | \mathbf{s}_{\cdot j}) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{M}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y}_{\cdot j} - \Phi \mathbf{s}_{\cdot j}\|_2^2\right) \quad (5)$$

$$p(\mathbf{s}_{\cdot i}, \gamma_i) = (2\pi\gamma_i \mathbf{I})^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\mathbf{s}_{\cdot i}^T \mathbf{s}_{\cdot i}}{2\gamma_i \mathbf{I}}\right) \quad (6)$$

$$p(\mathbf{S}, \boldsymbol{\gamma}) = \prod_{i=1}^N p(\mathbf{s}_{\cdot i}, \gamma_i) \quad (7)$$

其中, $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N]^T$ 是 N 维的超参数向量. $\mathbf{s}_{\cdot j}$ 的后验分布为式(8)^[13].

$$p(\mathbf{s}_{\cdot j} | \mathbf{y}_{\cdot j}, \boldsymbol{\gamma}) = \frac{p(\mathbf{y}_{\cdot j} | \mathbf{s}_{\cdot j}) p(\mathbf{s}_{\cdot j} | \boldsymbol{\gamma})}{p(\mathbf{y}_{\cdot j}, \boldsymbol{\gamma})} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_{\cdot j}, \boldsymbol{\Sigma}) \quad (8)$$

其均值和方差分别为

$$\mathbf{M} = [\boldsymbol{\mu}_{\cdot 1}, \boldsymbol{\mu}_{\cdot 2}, \dots, \boldsymbol{\mu}_{\cdot N}] \triangleq \mathbf{E}[\mathbf{S} | \mathbf{Y}, \boldsymbol{\gamma}] = \sigma^{-2} \Phi^T \mathbf{Y} \boldsymbol{\gamma} \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\Sigma} \triangleq \text{Cov}[\mathbf{s}_{\cdot j} | \mathbf{y}_{\cdot j}, \boldsymbol{\gamma}] = (\sigma^{-2} \Phi^T \Phi + \boldsymbol{\Gamma}^{-1})^{-1}, \quad \forall j = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

其中 $\boldsymbol{\Gamma} \triangleq \text{diag}(\boldsymbol{\gamma})$, 均值 $\mathbf{M}$ 作为加权系数矩阵 $\mathbf{S}$ 的一个点估计, 即 $\hat{\mathbf{S}} = \mathbf{M}$. 为了求得均值 $\mathbf{M}$, 需要求得超参数向量 $\boldsymbol{\gamma}$ 的估计, 它可以通过最大化 $p(\mathbf{Y}; \boldsymbol{\gamma})$ 获得.

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\gamma}} &= \arg \max_{\boldsymbol{\gamma}} p(\mathbf{Y}, \boldsymbol{\gamma}) \\ &= \arg \max_{\boldsymbol{\gamma}} \int p(\mathbf{Y} | \mathbf{S}) p(\mathbf{S}, \boldsymbol{\gamma}) d\mathbf{S} \\ &= \arg \max_{\boldsymbol{\gamma}} \left\{ (2\pi)^{-\frac{M}{2}} |\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{y}}|^{-\frac{N}{2}} \prod_{j=1}^N \exp\left[-\frac{1}{2} \mathbf{y}_{\cdot j}^T \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{y}}^{-1} \mathbf{y}_{\cdot j}\right] \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

其中 $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{y}} \triangleq \sigma^2 \mathbf{I} + \Phi \boldsymbol{\Gamma} \Phi^T$, 为了方便求解, 对上式进行适当转化, 利用最大似然估计求解超参数向量等价于最小化 $-2\log p(\mathbf{Y}, \boldsymbol{\gamma})$, 则式(11)可以写为

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\gamma}} &= \arg \min_{\boldsymbol{\gamma}} \left\{ -2\log \left[(2\pi)^{-\frac{M}{2}} |\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{y}}|^{-\frac{N}{2}} \prod_{j=1}^N \exp\left[-\frac{1}{2} \mathbf{y}_{\cdot j}^T \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{y}}^{-1} \mathbf{y}_{\cdot j}\right] \right] \right\} \\ &= \arg \min_{\boldsymbol{\gamma}} \left[N \log |\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{y}}| + \sum_{j=1}^N \mathbf{y}_{\cdot j}^T \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{y}}^{-1} \mathbf{y}_{\cdot j} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

定义求解超参数向量 γ 的代价函数为

$$L(\gamma) \triangleq N \log |\Sigma_y| + \sum_{j=1}^N \mathbf{y}_j^T \Sigma_y^{-1} \mathbf{y}_j \tag{13}$$

根据文献[13]中附录部分的方法,对式(13)求偏导数 $\frac{\partial L(\gamma)}{\partial \log(\gamma_i)}$,得到超参数的迭代方程式

$$\gamma_i^{(\text{new})} = \frac{1}{N} \|\boldsymbol{\mu}_{i\cdot}\|_2^2 + \Sigma_{ii}, \forall i = 1, 2, \cdots, N \tag{14}$$

在实际的求解运算中,很多超参数 γ_i 都会收敛于零.当 $\gamma_i = 0$ 时, $p(\mathbf{s}_{i\cdot}, \gamma_i = 0) = \delta(\mathbf{s}_{i\cdot})$,使得后验分布满足 $\text{Prob}(\mathbf{s}_{i\cdot} = \mathbf{0} | \mathbf{Y}, \gamma_i = 0) = 1$,从而满足了解的稀疏性要求.利用式(14)对超参数向量 γ 进行更新,求得超参数向量的固定解 $\hat{\gamma}$ 后,就能够根据式(15)求出 $\mathbf{S}$ 的最大后验概率估计 $\hat{\mathbf{S}}$,并由 $\hat{\mathbf{X}} = \Psi \hat{\mathbf{S}}$ 得到重建图像 $\hat{\mathbf{X}}$.

$$\hat{\mathbf{S}} = \text{E}(\mathbf{S} | \mathbf{Y}, \hat{\gamma}) = \sigma^{-2} \hat{\Sigma} \Phi^T \mathbf{Y} \tag{15}$$

4 实验仿真与分析

4.1 实验说明

实验选取 4 幅大小为 256×256 的标准灰度图像作为测试图像,如图 1 所示,它们分别是人物图像 Lenna 和 Cameraman,植物图像 Peppers,动物图像 Baboon.实验

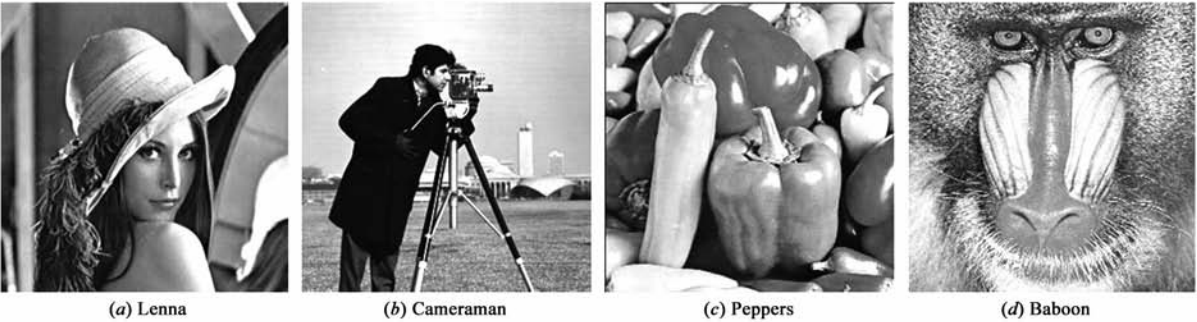


图1 标准测试图像

4.2 实验一

该部分实验对四幅标准测试图像在采样率为 30.08% 和 39.84% 条件下进行,以比较相同采样率条件下各算法的优劣.表 1 列出了实验中得到的数据,图 2 给出了 Lenna 图像在采样率为 39.84% 的条件下各算法得到的重建图像.

4.3 实验二

该部分实验对 Lenna 图像在采样率为 19.92%, 30.08%, 39.84%, 50.00% 条件下进行,以比较不同算法得到的重建图像的峰值信噪比和相对误差.由于采样率的范围较大,实验还可以验证各算法的鲁棒性.图 3 给出了不同采样率条件下各算法得到的峰值信噪比对比图,图 4 给出了不同采样率条件下各算法得到的相对误差对比图.

中将图像信号用小波变换基矩阵进行稀疏表示,随机测量矩阵采用高斯矩阵,对图像在小波域中进行随机降采样.采样过程中的随机噪声是均值为零,方差为 $\sigma^2 = 1$ 的高斯噪声,采样率为 M/N .考虑到 OMP 及其类似的算法在重建过程中求解速度快并且精度较高,目前在压缩感知领域中使用广泛,因此选取单观测向量下的正交匹配追踪法(SMV-OMP,实验中将图像的每一列当作一维信号单独处理),多观测向量下的正交匹配追踪法^[15,16](MMV-OMP)与本文提出的算法进行比较实验.并从算法运行时间(T ,单位:s),重建图像峰值信噪比(PSNR,单位:dB),相对误差(Relative error,简称为 Rerr)方面来评价算法的优劣.所有实验都是在 MATLAB R2009a 环境下完成,计算机的 CPU 是 E7500 2.93GHz,内存大小为 2.00GB.

$$\text{PSNR} \triangleq 10 \times \log_{10} \left(\frac{255 \times 255}{\frac{1}{m \times n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |X(i,j) - \hat{X}(i,j)|^2} \right) \tag{16}$$

$$\text{Rerr} \triangleq \frac{\|\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}\|_2}{\|\hat{\mathbf{X}}\|_2} \tag{17}$$

表 1 标准测试图像在不同算法下的实验数据

图像	算法	采样率 = 30.08%			采样率 = 39.84%		
		PSNR(dB)	Rerr	T(s)	PSNR(dB)	Rerr	T(s)
Lenna	SMV-OMP	22.33	0.0535	2.90	25.59	0.0340	4.02
	MMV-OMP	18.97	0.1069	0.33	24.71	0.0489	0.41
	MMV-SBL	25.27	0.0400	0.26	27.95	0.0270	0.40
Cameraman	SMV-OMP	20.94	0.0577	2.88	23.32	0.0385	4.00
	MMV-OMP	16.61	0.1214	0.33	22.39	0.0640	0.40
	MMV-SBL	23.34	0.0483	0.24	25.67	0.0300	0.39
Peppers	SMV-OMP	21.12	0.0751	2.93	24.57	0.0370	3.99
	MMV-OMP	19.78	0.0859	0.33	24.74	0.0430	0.40
	MMV-SBL	25.28	0.0369	0.23	27.68	0.0242	0.38
Baboon	SMV-OMP	17.63	0.0477	2.94	18.51	0.0441	3.99
	MMV-OMP	13.06	0.1966	0.32	17.63	0.0760	0.41
	MMV-SBL	20.12	0.0418	0.24	21.32	0.0354	0.39



图2 标准测试图像Lenna在采样率为39.84%条件下的重建图像. (a) 原始图像;(b) SMV-OMP重建图像;(c) MMV-OMP重建图像;(d) MMV-SBL重建图像

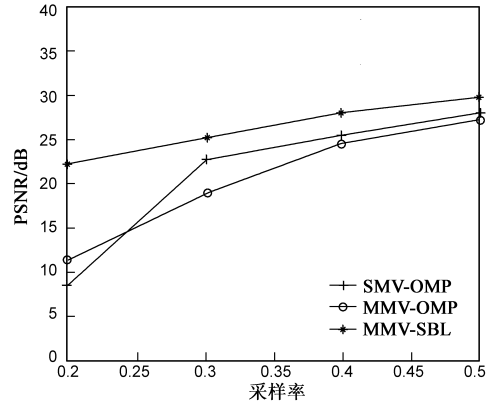


图3 不同采样率下各算法的PSNR对比图

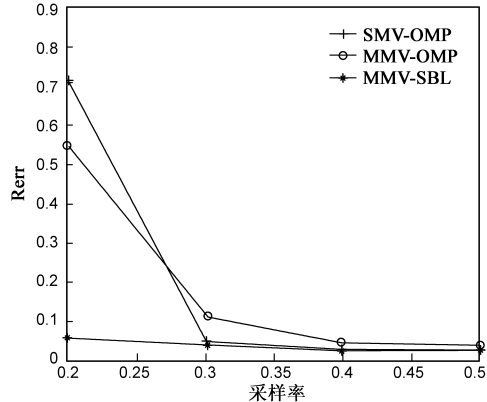


图4 不同采样率下各算法的Rerr对比图

4.4 实验分析

表 1 的实验数据表明,对于同一幅图像,在同样的采样率条件下,MMV-SBL 算法所用时间与 MMV-OMP 算法相当,SMV-OMP 算法所用时间大约是以上两种算法的十倍左右.产生这一结果的原因是 SMV 模型将图像的每一列作为一个 $N \times 1$ 的一维信号单独处理,通过重建图像的每一列后再重组为二维的图像,MMV 模型将观测矩阵 Y 的每一列对应一个观测向量,对所有的观测向量同时进行处理以重建图像的每一列,从而使 MMV 模型能够以更少的时间完成对图像的重建.考虑到各算法终止条件的差异以及计算机硬件配置对算法的影响,要精确的得到各算法在完全相同条件下所需要的运行时间是非常困难的,但不失一般性,仍然可以得出结论:在处理图像信号时,MMV-SBL 算法能够快速完成重建.从表 1 中各算法所得到的 PSNR 和 Rerr 数值,并结合图 2 给出的 Lenna 图像在采样率为 39.84% 条件下所得到的重建图像,可以看出在随机噪声是均值为零,方差为 $\sigma^2 = 1$ 的高斯噪声的环境下,以相同的采样率条件对图像在小波域中进行随机降采样,无论是从人眼的主观视觉效果,还是从客观的 PSNR 和 Rerr 值大小进行比较,MMV-SBL 算法能够以最快的速度完成图像重建,并且重建图像的质量优于另外两种算法.

结合表 1,图 3 和图 4 可以看出,在同样的采样率

条件下,MMV-SBL 算法重建图像的 PSNR 值始终大于另外两种算法,Rerr 值始终小于另外两种算法.随着采样率的变化,MMV-SBL 算法的性能没有出现大幅度的波动,保持了较好的稳定性,这是另外两种算法所不具有的.在采样率为 19.92% 的情况下,MMV-OMP 算法和 SMV-OMP 算法的 Rerr 值急剧增大,PSNR 值急剧减小,此时这两种算法已经不能对图像进行准确重建.与之相对应的,MMV-SBL 算法的这两项关键数据并没有大幅变动,在低采样率条件下仍然能够得到质量较高的重建图像,具有比其它两种算法更好的鲁棒性.综上所述,本文提出的 MMV-SBL 算法能够快速得到高质量的重建图像,具有良好的鲁棒性,是一种有效的压缩感知图像重建算法.

5 小结及后续工作

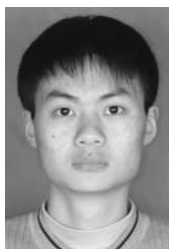
本文提出了一种用于图像信号的压缩感知重建算法,该算法基于多观测向量模型,结合稀疏贝叶斯学习算法,是一种高效、鲁棒的压缩感知图像重建算法.对标准测试图像进行的对比实验结果表明,该算法能够快速重建图像,在峰值信噪比和相对误差两个关键数据上与作为比较对象的两种算法相比都具有明显优势.在采样率较小的情况下,该算法仍然能够对原始图像进行准确重建,具有良好的鲁棒性.

尽管本文算法在图像的压缩感知重建上取得了较好的效果,但是算法性能仍然有很大的空间可以提高.本文使用的 SBL 算法假设信号的先验分布服从高斯分布^[12~14],虽然也取得了较好效果,但是最新的研究表明,将信号的先验分布假设为服从拉普拉斯分布能更好的利用信号的稀疏度^[17].因此,作为压缩感知理论中的关键所在,其重建算法还有待更深入的研究,对于本文算法的改进将是接下来的工作.

参考文献

- [1] Candes E J, Romberg J, and Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489 – 509.
- [2] Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289 – 1306.
- [3] Candes E J, Tao T. Decoding by linear programming[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2005, 51(12): 4203 – 4215.
- [4] Candes E J. Compressive sampling[A]. International Congress of Mathematicians[C]. Madrid, Spain: European Mathematical Society Publishing House, 2006. 1433 – 1452.
- [5] 石光明, 刘丹华, 高大化, 等. 压缩感知理论及其研究进展[J]. 电子学报, 2009, 37(5): 1070 – 1081.
SHI Guang-ming, LIU Dan-hua, GAO Da-hua, et al. Advances in theory and application of compressed sensing[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(5): 1070 – 1081. (in Chinese)
- [6] 李树涛, 魏丹. 压缩传感综述[J]. 自动化学报, 2009, 35(11): 1369 – 1377.
LI Shu-tao, WEI Dan. A survey on compressive sensing[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(11): 1369 – 1377. (in Chinese)
- [7] Chen S S, Donoho D L, Saunders M A. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 1998, 20(1): 33 – 61.
- [8] Tropp J, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12): 4655 – 4666.
- [9] Needell D, Tropp J. Cosamp: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2009, 26(3): 301 – 321.
- [10] Needell D, Vershynin R. Signal recovery from incomplete and inaccurate measurements via regularized orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Journal on Selected Topics in Signal Processing, 2010, 4(2): 310 – 316.
- [11] Cotter S F, Rao B D, Engan K, et al. Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(7): 2477 – 2488.
- [12] Tipping M E. The relevance vector machine[A]. Advances in Neural Information Processing Systems 12[C]. Cambridge MA, USA: MIT Press, 2000. 652 – 658.
- [13] Tipping M E. Sparse bayesian learning and the relevance vector machine[J]. Journal of Machine Learning Research, 2001, 1: 211 – 244.
- [14] Wipf D P, Rao B D. An empirical bayesian strategy for solving the simultaneous sparse approximation problem[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(7): 3704 – 3716.
- [15] Tropp J, Gilbert A C, Strauss M J. Algorithms for simultaneous sparse approximation. Part I: Greedy pursuit[J]. Signal Processing, 2006, 86(3): 572 – 588.
- [16] Chen J, Huo X M. Theoretical results on sparse representations of multiple-measurement vectors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(12): 4634 – 4643.
- [17] Babacan S D, Molina R, Katsaggelos A K. Bayesian compressive sensing using laplace priors[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010, 19(1): 53 – 63.

作者简介



李志林 男, 1983 年出生于广西桂林. 北京交通大学电子信息工程学院博士研究生. 主要研究方向为数字图像处理、压缩感知理论.
E-mail: 07111004@bjtu.edu.cn



陈后金 男, 1965 年出生于安徽当涂, 北京交通大学电子信息工程学院院长, 教授, 博士生导师. 主要研究方向为信号和信息处理、数字图像处理等.
E-mail: hjchen@bjtu.edu.cn